Белорусский государственный технологический университет

Факультет информационных технологий

Кафедра программной инженерии

Лабораторная работа 3

По дисциплине «Математическое программирование»

На тему «Метод ветвей и границ. Задача коммивояжера и методы её решения.»

Выполнила:

Студент 2 курса 9 группы

Хуторцов Кирилл Владимирович

Преподаватель: Ромыш А.С.

2025, Минск

**Лабораторная работа №3**

**Цель работы**: освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

**Задание 1.** Сформулировать условие задачи коммивояжера с параметром.

Найти оптимальный маршрут для коммивояжера, если известно, что кол-во городов равно 5, а расстояние между городами задается следующей матрицей d:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 2 \* n | 21 + n |  | n |
| **2** | n |  | 15 + n | 68 - n | 84 - n |
| **3** | 2 + n | 3 \* n |  | 86 | 49 + n |
| **4** | 17 + n | 58 - n | 4 \* n |  | 3 \* n |
| **5** | 93 - n | 66 + n | 52 | 13 + n |  |

где n – номер варианта или номер по журналу;

n = 13;

Задачу следует решить с использованием метода ветвей и границ.

**Ход решения:**

Имеем 5 городов, построим матрицу расстояний между городами:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 26 | 34 | INF | 13 |
| 2 | 13 | INF | 28 | 55 | 71 |
| 3 | 15 | 39 | INF | 86 | 62 |
| 4 | 30 | 45 | 52 | INF | 39 |
| 5 | 80 | 79 | 52 | 26 | INF |

Находим минимальное значение в каждой строке (di) и выписываем его в отдельный столбец:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 26 | 34 | INF | 13 | 13 |
| 2 | 13 | INF | 28 | 55 | 71 | 13 |
| 3 | 15 | 39 | INF | 86 | 62 | 15 |
| 4 | 30 | 45 | 52 | INF | 39 | 30 |
| 5 | 80 | 79 | 52 | 26 | INF | 26 |
| **97** |

Производим приведение строк – из каждого элемента в строке вычитаем соответствующее значение найденного минимума (di).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 13 | 21 | INF | 0 | 13 |
| 2 | 0 | INF | 15 | 42 | 58 | 13 |
| 3 | 0 | 24 | INF | 71 | 47 | 15 |
| 4 | 0 | 15 | 22 | INF | 9 | 30 |
| 5 | 54 | 53 | 26 | 0 | INF | 26 |
| **97** |

Находим минимальные значения в каждом столбце (dj). Эти минимумы выписываем в отдельную строку.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | | | 3 | 4 | | 5 |
| 1 | INF | 13 | | | 21 | INF | | 0 |
| 2 | 0 | INF | | | 15 | 42 | | 58 |
| 3 | 0 | 24 | | | INF | 71 | | 47 |
| 4 | 0 | 15 | | | 22 | INF | | 9 |
| 5 | 54 | 53 | | | 26 | 0 | | INF |
| 0 | | 13 | 15 | | | 0 | 0 | | 28 |

Вычитаем из каждого элемента матрицы соответствующее ему минимальные значения в каждом столбце dj.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | | | 3 | 4 | | 5 |
| 1 | INF | 0 | | | 6 | INF | | 0 |
| 2 | 0 | INF | | | 0 | 42 | | 58 |
| 3 | 0 | 11 | | | INF | 71 | | 47 |
| 4 | 0 | 2 | | | 7 | INF | | 9 |
| 5 | 54 | 40 | | | 11 | 0 | | INF |
| 0 | | 13 | 15 | | | 0 | 0 | | 28 |

Тогда корневой вершиной будет

**f=97+28=125.**

**R**

Для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку». Полученную оценку записываем рядом с нулем, в скобках.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 0(2) | 6 | INF | 0(9) |
| 2 | 0(0) | INF | 0(6) | 42 | 58 |
| 3 | 0(11) | 11 | INF | 71 | 47 |
| 4 | 0(2) | 2 | 7 | INF | 9 |
| 5 | 54 | 40 | 11 | 0(53) | INF |

Выбираем нулевую клетку с наибольшей оценкой. Будем рассматривать дугу (5,4). Так как удаление дуги (5,4) позволяет получить саму большую константу приведения, т.е. увеличение нижней границы. Для этого заменим вес дуги (5,4) на знак “INF.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 6 | INF | 0 |
| 2 | 0 | INF | 0 | 42 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 71 | 47 |
| 4 | 0 | 2 | 7 | INF | 9 |
| 5 | 54 | 40 | 11 | 0(53) | INF |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 6 | 0 |
| 2 | 0 | INF | 0 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 47 |
| 4 | 0 | 2 | 7 | INF |

Видим, что матрица уже является приведенной.

Значит снова для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку». Полученную оценку записываем рядом с нулем, в скобках.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | INF | 0(2) | 6 | 0(47) |
| 2 | 0(0) | INF | 0(6) | 58 |
| 3 | 0(0) | 11 | INF | 47 |
| 4 | 0(2) | 2 | 7 | INF |

Следовательно

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | INF | 0(2) | 6 | 0(47) |
| 2 | 0(0) | INF | 0(6) | 58 |
| 3 | 0(0) | 11 | INF | 47 |
| 4 | 0(2) | 2 | 7 | INF |

Чтобы исключить подциклы, запретим следующие переходы: (4,1),

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 0 | INF | 0 |
| 3 | 0 | 11 | INF |
| 4 | 0 | 2 | 7 |

Ту строку и тот столбец, где образовалось два знака «INF», полностью вычеркиваем.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 0 | INF | 0 |
| 3 | 0 | 0 | INF |
| 4 | 0 | 2 | 7 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
| 2 | 0 | INF |
| 4 | INF | 2 |

Т.к. минимальное значение по столбцу 2, прибавляем к нашей нижней границе 2. φ=125+2=127.

**φ=125**

**φ=125+2**

**R**

**R (5, 4)**

**φ=125**

**R (5, 4) (1, 5)**

**φ=127**

**φ=127+9=136**

**R (5, 4) (1, 5)**

**(4, 3)**

**φ=127+4=131**

**R (5, 4)**

**R (5, 4)**

**(1, 5)**

**φ=127+127=256**

**R**

**(2, 1)**

**(3, 2)**

У нас остаются два маршрута (2,1) и (3,2).

**Решение** :(5,4), (4,3), (3,2), (2,1), (1,5),

**Длина оптимального маршрута: φ=127**

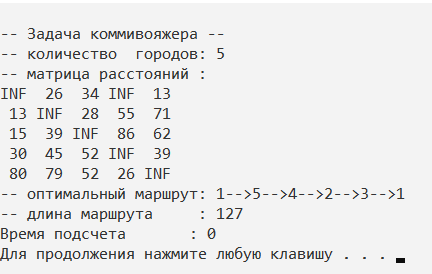


Рисунок 1.1 Результаты работы программы

Вывод. В ходе лабораторной работы были освоены общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решена задача коммивояжера данным методом, было сравнено полученное значение с комбинаторным методом перестановок.